

Internet Archive 对于动态几何的应用

全任重

新竹清华大学数学系

jcchuan@gmail.com

前言

当计算机及因特网尚未流行以前，数学爱好者的脑海中总会酝酿着这样的问题：「该如何运用科技来协助我做数学？」数学真理是永恒的，而科技发展却是日新月异，因此这道问题的答案随着时间作改变。

科技对于数学的需求

自从计算机问世以来，科技对于数学的需求经历过以下三个阶段：

- 1) **数值计算**：在个人计算机尚未问世以前，唯一透过计算机来协助人们做数学的方法是透过建立 Fortran 程序来进行。(以下即将介绍的 Internet Archive 里收藏丰富的数据记载这方面的活动。)
- 2) **代数计算**：自从符号运算软件 [Macsyma](#) 于 1968 年首次出现之后，科技对于数学的需求逐渐由数值分析步入代数的领域。
- 3) **动态几何**：个人计算机环境在 1993 年迈入视觉世代，动态几何软件也随之诞生，古典综合几何终于拥有恰当的游乐场。

在现实的数学研究世界中，上述三项科技发展对于数学的需求或许扮演着卑微的角色，现代科技依然默默的提供数学研究与教学的论文制作及传播等技术上的基本需求。对于数学系而言，每年运用于订阅期刊的开支仍然占据整体经费很高的百分比。

全球金贸处于兵荒马乱的当前，我们不时听到类似「[加州打算将课本改为电子书](#)」之类的消息。此事说明：科技对于数学的需求即将进入第四个阶段：

- 4) **电子书**：知识分子一项都喜好阅读，对于喜爱数学的人们而言，做数学与阅读他人著作就如如双脚走路一般，缺一不可平衡。使得阅读电子书成为数学的需求，有赖于多重的促成科技 (enabling technology)，其中以 Internet Archive ([archive.org](#)) 最值得注意。

Internet Archive 简介

此时此刻，Internet Archive 已经收藏了 162 万本书籍供世人免费下载。这里所有的数据都属于 Open-Access Text Archive，因此所有版权等相关问题都由该组织来澄清。该数据库具有以下特色：

- 1) **极高的学术水平**。极多书本来自哈佛大学、牛津大学、密西根大学、加州大学的图书馆。
- 2) **高速搜寻**。若善用 [Google 咒语](#) site:archive.org/stream keyword (: 前后不得留空)，Google 立即将 162 万本书当中包含 keyword 字符串的档案一一列出。
- 3) **高质量扫描**。每份档案之首页都呈现有如 Microsoft 或 Google 之标志，目的在于提示读者清晰的影像是倚靠哪套扫描技术的成果。

- 4) **高速下载**: 整套档案系统是由 [Sun Fire X4500 Server combining four-way x64 server with 48TB of storage](#) 高速计算机架构所承担。

爱读书的人必爱 Internet Archive

理由如下:

- 1) **掌握现代科技与古人智慧之连接**: 人工智能无法透过现代科技与现代人的智慧互相连接。多年经验得知: 透过现代科技与古人智慧作连接的可行性似乎颇大! 每当我们翻开一本(出版超过 100 年)数学古书, 往往会着迷于那一页又一页精致的数学插图。这时候, 你若本着「无言证明」([Proof Without Words](#))的精神来理解其数学含义, 会发现, 即使呈现的是甲古文, 你也能够与作者进行数学沟通! 因此, 这类的「考古数学法」配合现代科技, 的确能够促成古今智慧上之沟通。
- 2) **消除书本堆积如山的苦恼**。读书人迟早都会收集一大堆书籍。恶梦跟着就要发作: 太多书了! 要如何整理? 要如何善用? 试想: **Internet Archive** 是如何处理类似的问题? 有了! 不如干脆就直接把 [Coogle 科技](#) 直接应用到私人数据库的管理又怎么样? 脱离作为书本的奴隶转变成成为书本主人原来就是这么简单!
- 3) **拓宽视野**。在「全球化」尚未进入媒体的字典以前, 人们一早就在渴望全球化的来临。每当莅临发展地区的书店或图书馆里, 你总会见到人们积极的在搜寻有关全球化的真正意义及达到全球化的方法。**Internet Archive** 正默默的在耕耘全球化的梦想: 它正全天候在全球图书馆进行扫描工作并且每天增添 2000 多本书到数据库中!
- 4) **区域化**。书本中的知识在融入人们的脑海的环节中, 最基本的工作是将数据储藏于个人数据库中。趁[摩尔定律](#)即将寿终正寝之际, 赶快抢时髦戴上个容量 64G 的 USB 随身碟, 里面灌饱两打百科全书, 到处去炫耀吧! 可是, 在等待 64G 的数据传输完毕时, 胡子都已长出来了! 看样子, 在 USB 3.0 尚未普及前, 找个两吋半 500G 硬盘来储存数据该是最佳对策。这东西贵吗? 与目前市价作比较, 购买一本最新版的 **Thomas** 微积分的通货可足以兑换到两台上述规格的硬盘。921 大地震过后我见到附近那家牛肉面老板架起一台发电机, 将桌椅搬到马路边开始做生意。我猜, 下次遇到天灾时, 除了发电机以外, 人们该也架起个人资料中心来渡过难关。
- 5) **免于掉进科技陷阱**。这年头**有人**靠计算机「写了」20 万本书! 其中每一本都有 ISBN 登录序号。当你上网购买这些书本时, 作者才「动笔撰写」! 这位多产作家拥有数学、生物及经济三科的大学学位, 当今身为管理科学系主任。我猜, 大概该有不少电子书迷会胡里胡涂的下载一堆「病毒电子书」。由当前严谨的作风看来, 如此黑洞该不会出现于 **Internet Archive** 中。

Internet Archive 为何该受到学校的欢迎?

理由如下:

- 1) **珍贵的学术资源**。对于刚开张的学校而言, 补足过时期刊及图书需要一笔昂贵的经费。然而, 这类学校却能够迅速的跳入图书馆竞赛的队伍中: 只要增添超级链接来连络恰当的 **Internet Archive** 的内容就是! 至于已经拥有部份期刊的学校而言, **Internet Archive** 里的数字数据能够透过搜索及交互参照的方式高度提升其使用率。无论如何, 图书馆的经费压力得以大大的减轻。

- 2) **提升学校的声誉。** Internet Archive 中的每一笔档案都附加「叙述」(Description Section)一栏, 记载该书本来自哪家图书馆。当然, Harvard 一字不时会出现。可知道, 每年各校都投入大笔经费来提升其声望。在所有费用当中, 贡献绝版图书的影像文件给予 Internet Archive 应该会达到最高的「声誉/费用」比值。
- 3) **提升科技运用能力指标。** 在高密度的网络架构的今日, 学校网页与校外的超级链接的总数足以反映该校科技运用能力之高低。为了提升科技运用能力指标, Internet Archive 早已设定数百万个结点供各校连结。
- 4) **制造宣传的机会。** 任一采用 Internet Archive 内容的科目都够资格宣称「我们与大师学习」!
- 5) **延伸学风与传统。** 透过 [Mathematics Genealogy Project](#) 的查询, 教师们得以鼓吹「某人是我老板的老板的老板, 请看他在 Internet Archive 的著作超级链接。」瞬间, 学校即成为悠久历史传统中的一个结点。

动态几何的灵感来源

以下各题材都能够追溯于 Internet Archive 中的数据。

1) 圆锥曲线之综合作图法

椭圆、抛物线及双曲线起源于视觉几何, 自从笛卡儿创立坐标系统, 这些圆锥曲线与代数式总是脱离不了关系。然而, 作图题如「由椭圆外某一点求作一对切线」对于现代学生而言显得十分困难。然而, 若以综合几何的角度来定义椭圆: 它是所有与准圆及某定点等距点之轨迹, 这个作图方法即简便许多。又如, 「作一圆锥曲线通过已知五点」及其相关退化问题如「作一圆锥曲线与五条已知直线相切」都能够藉以 Pascal 定理及其投影对偶 Brianchon 定理进行标尺作图来处理, 这一类问题都适合在动态几何环境下进行数学实验。若以数学考古的角度来探索, 不难发现综合几何的黄金年代是 19 世纪, 最后是由 L. Cremona 在 *Elements of Projective Geometry* 一书作总结。此书在中研院、清大图书馆中都能够寻找得到, 可是, 现在你只要按一下 <http://www.archive.org/details/elementsofprojec028846mbp> 这本书就呈现在你眼前。

2) 特殊曲线

[这个网页](#)展示了许多「特殊曲线」及其切线与密集圆, 包括 Bow 曲线、Bowditch 曲线、弹头曲线、Cayley 六次曲线、蚌线、正交曲线、双叶线、Freeth 肾脏线、笛卡儿蔓叶线、Kappa 曲线、杖头线、双纽线、Geronon 双纽线、Piriform、三瓣玫瑰线、四瓣玫瑰线、蛇形曲线、环索线、阿涅择箕舌线等。这类曲线的典型作图依赖方程式及坐标系统。而该网页则依循标尺作图的精神, 设法将微分及二次微分的过程「综合几何化」, 无需坐标系统来完成的。这系列的作图灵感来自 [E. H. Lockwood, A Book of Curves](#) 一书。想寻找其它与特殊曲线相关的书籍吗? [请按这里](#)。

3) 图形分割

Henry Dudeney(1857-1930)可以算得上 19-20 世纪交界时最著名的数学魔术师。他曾经拿着一个木模型到皇家学会当着数学家展示如何将一正三角形分成四块, 然后重新拼成一个正方形。有关于该分解的标尺作图以及公开表演等, 都详细的记载于 [The Canterbury puzzles and other curious problems](#) 一书。有关于该分解及组合的动态几何展示, [请看这里](#)。有关于图形

分割问题的其它数据，[请见这里](#)。

4) 菱形多面体

[这个网页](#)展示了许多「菱形多面体」。菱形多面体究竟是人为的产品还是来自大自然？在 [Internet Archive](#) 里，我们发现 100 年前菱形多面体一词出现于晶体学及矿物学的文献的机率远高于出现于数学文献。我们终于欣慰的认识到：动态几何与自然科学居然有如此密切的关系。

5) 连杆

大约 100 年前，视觉几何曾经在数学领域占有显学的角色，当时人们狂热于连杆设计，连当时的大数学家如 J.J. Sylvester, Arthor Cayley, Lord Kelvin 及 Chebyshev 等人都插上一脚。该热潮达到巅峰时 A. B. Kempe 以 [How to draw a straight line: A lecture on linkages in 1877](#) 为题于 Royal Institution 讲授有关连杆设计之点点滴滴。在此特别邀请读者前往[此处](#)去体会在球面上及在空间上的连杆设计。

6) Poncelet Porism 及 Steiner Porism

打开字典，保证您无法查到 porism 一字的定义。Pappus 曾经说过这么一句：「除了完成几何原本以外，甌几理得也完成 Porisms of Euclid 一书。」十分可惜，porism 一书失传许久。M. Chasles 于 1860 年于巴黎出版一本名为 [Les Trois livres de porismes d'Euclide](#) 一书，告诸世人 Porisms of Euclid 该长成什么模样。笔者在此坦承：我从来就没有彻底了解 Poncelet Porism 或 Steiner Porism 的证明，但是却发现 Poncelet Porism 与 Steiner Porism [在空间及球面上的各式各样的推广](#)。

结语

Internet Archive 已累积足够多的前人智慧而形成丰富的学术数据库。本文回顾一段透过该数据以数学考古精神来进行几何实验的历程。我们也讨论到 Internet Archive 如何令动态几何更为丰硕。